Lycée Ali Bélhouen Classe : 3ème Maths	DEVOIR DE CONTROLE 2 Mathématique	A. scolaire : 2010/2011

Exercice 1 : (4 points)

Pour chacune des questions posées, reconnaître l'affirmation exacte.

1) La partie imaginaire du nombre complexe $\frac{1}{3i}+\frac{1}{2}$ est :

$\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$

2) Soit z un nombre complexe. Si $Z=\frac{iz}{2i-1}$ alors $\bar{Z}$ est égal à :

$\frac{i\bar{z}}{-2i-1}$, $\frac{i\bar{z}}{2i+1}$, $\frac{i\bar{z}}{1-2i}$

3) Si $z=\frac{(2-i)^3}{-3i}$ alors |z| est égal à :

$\sqrt{3}$, $\frac{5\sqrt{5}}{3}$, $\frac{5\sqrt{5}}{9}$

4) L'ensemble des points M d'affixe z tels que |z + 2i| = | – 3i| est :
Un cercle de rayon $\sqrt{3}$

Un cercle de centre A d'affixe – 2i.

La médiatrice de [AB] avec A et B d'affixes respectives – 2i et 3i.

Exercice 2 : (6 points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle isocèle ABC tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On pose I = C * B, Δ la droite perpendiculaire à (BC) passant par C et qui coupe (AB) en D.

Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1) Faire une figure.
2) a) Déterminer R (B)
   b) Déterminer les images des droites (AC) et (BC) par R.
   c) En déduire R (C)
3) Caractériser R o R et en déduire que A est le milieu de [BD].
4) Déterminer et construire R (I) (on notera R (I) = J)
5) Soit ζ le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer et construire ζ ' = R (ζ)
6) Soit M un point du plan distinct de A et B tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$
   a) Déterminer et construire l'ensemble des points M.
   b) On pose M' = R (M) ; déterminer l'ensemble des points M' lorsque M varie.
   c) Montrer que (BM) ⊥ (CM') et BM = CM'.

Exercice 3 : (6 points)

I/ Soit la fonction f définie sur IR \ {2} par f(x) = $\frac{x^2+ax+b}{x-2}$

(ξ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) a) Calculer f '(x) pour tout x ∈ IR \ {2}.

b) Déterminer a et b pour que f admette un maximum local en 0 égal à 1.

2) On prend dans la suite de l'exercice a = 1et b = – 2.

a) Déterminer les points de (ζ) où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

b) Déterminer l'équation de la tangente à (ζ) au point d'abscisse 1.

II/ Soit g la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} g(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x-2} & \text{si } x\le 1 \\ g(x)=x-1+\sqrt{x^2-1} & \text{si } x>1 \end{cases}$

1) Montrer que g est continue en 1.
2) Etudier la dérivabilité de g à gauche et à droite en 1. interpréter graphiquement les résultats obtenus.
3) Calculer g'(x) pour tout x $\in$]1, +∞ [
4) Dresser le tableau de variation de g et donner ses extrema.

Exercice 4: (4 points)

Ci- dissous on a représenté dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ une fonction f définie sur IR.

La droite Δ : y = x – 4 est une asymptote oblique à (ζ_f) au voisinage de + ∞ et la droite d'équation y = 0 est une asymptote horizontal à (ζ_f) au voisinage de – ∞.

1) Dresser le tableau de variation de f.
2) Déterminer graphiquement : $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)+2}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}$
3) Résoudre graphiquement l'inéquation f '(x) $\le$ 0.
4) Soit g(x) = – f (x).Tracer la courbe représentative (ζ_g) de la fonction g dans le même repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$